4/3

Αριθμητικά Μεγέθη — Μέτρα Θέσης / Μέτρα Διασποράς / Ροπές Δείγματος

Μέτρα Θέσης

Έστω δείγμα $x_1, \dots, x_n$

- Δειγματική μέση τιμή ή μέση τιμή δείγματος ή μέσος όρος:

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (αρχικό δείγμα)

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{\kappa} x_i f_i$ (ομαδ. μετρήσεις)

Πχ1 (βλέπε προηγούμενο μάθημα - πχ. 1)

$\bar{x} = \frac{70}{32} = 2,1873$

$\bar{x} = \frac{0\cdot 1 + 1\cdot 6 + \dots + 5\cdot 2}{32} = \frac{70}{32} = 2,1873$

Πχ. 2 (βλέπε προηγ. μάθημα - πχ. 2)

$\bar{x} = \frac{14427}{60} = 240,45$

$\bar{x} = \frac{173\cdot 8 + 199\cdot 11 + \dots + 348\times 2}{60} = \frac{14427}{60} = 240,45$

- Μέσος όρος με βάρη δείγματος: $w_1, \dots, w_n$: $\bar{x}_w = \frac{\sum_{i} w_i x_i}{\sum w_i}$

I	II	III
2	1	5
4	2	3
	3	2
		6

$\bar{x}_1 = 3$, $\bar{x}_2 = 2$, $x_3 = 4$

άρα $\frac{\sum_{i=1}^{3} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{3} w_i} = \frac{2\cdot 3 + 2\cdot 3 + 4\cdot 4}{9} = \frac{28}{9}$

- Μέσο Εύρος: $\frac{1}{2}(\min x_i + \max x_i)$

- Κορυφή (K) μετρήσεων: Είναι η τιμή των μετρήσεων με τη μεγαλύτερη συχνότητα

5, 3, 3, 2, 4 : K = 3

5, 3, 3, 2, 4, 4 : K = 3, 4

5, 3, 3, 2, 5, 2, 4, 4 : Δεν υπάρχει K

• Διάμεσος (M) : η κεντρική τιμή από άποψη μεγέθους
$2,5,4,3,8 : n=4$
$2,3,4,5,8$
$1,2,3,4,5,8 : n=\frac{3+4}{2}=3,5$
Για ομαδοποιημένες μετρήσεις η η διάμεσος θα βρίσκεται στην i-οστή ομάδα εαν $F_{i-1}<\frac{n}{2}\leq F_i$, $F_0=0$ και
$M=L_i+d_i\frac{\frac{n}{2}-F_{i-1}}{f_i}$
Πχ. (Βλέπε πχ.2 προηγ. μαθήματος)
η M στην i=3 ομάδα: $M=210.5+25\frac{30-19}{13}=210.5+25\frac{11}{13}=$
$=231,65$

• Εκατοστημόρια σημεία:
Έστω $p=0.01,\dots,0.99$
Το 100·p-οστό εκατοστημόριο σημείο $X_{100\cdot p}$ είναι η τιμή για την οποία το 100p% των μετρήσεων και μικρότερες ή ίσες με το X_i. Το $X_{100\cdot p}$ βρίσκεται στην i-οστή ομάδα αν $F_{i-1}<p\cdot n\leq F_i$, $F_0=0$ και $X_{100\cdot p}=L_i+d_i\frac{p\cdot n-F_{i-1}}{f_i}$ $(X_{50}=M)$
Πχ.
$X_{25}=;$ $p\cdot n=0,25\cdot 60=15$
$F_1<15<19(=F_2)$ άρα $i=2$
$X_{25}=L_2+d\frac{0,25\cdot 60-F_1}{f_2}=185.5+25\cdot\frac{15-8}{11}=201.4$

Μέτρα μεταβλητότητας (ή Διασποράς)
• Εύρος $R=\max x_i-\min x_i$
• Δειγματική Διακύμανση ή Διασπορά
$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$
$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-x|$ ← θα μπορούσε να χρησιμοποιεί αλλά δε βολεύει να τελεστεί η απόλ τιμή.
$s'^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2\right)$
χρησιμοποιούμε: $s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2\right]$
$s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x})^2f_i=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{k}x_i^2f_i-n\bar{x}^2\right]$

	I	II	III
	8	4	1
	9	7	3
$\bar{x}=M=$	10	10	10
	11	13	17
	12	16	19
R=	4	12	18
$s^2=$	2.5	22.5	110

• Δειγματική Τυπική απόκλιση

$S' = +\sqrt{S'^2}$

$S = +\sqrt{S^2}$

$P(\mu - k\sigma \le x \le \mu + k\sigma) \ge 1 - \frac{1}{k^2}$

$P(\bar{x} - kS \le x \le \bar{x} + kS) \ge 1 - \frac{1}{k^2}$

• Συντελ. Μεταβλ. $C.V. = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{S}{|\bar{x}|} \cdot 100\%$

βαθμ. 1: 13, 16, 19 $\quad \bar{x}_1 = 16, \quad S_1^2 = 9$

βαθμ. 2: 93, 96, 99 $\quad \bar{x}_2 = 96, \quad S_2^2 = 9$

$CV1 = \frac{S_1}{|\bar{x}_1|} = \frac{3}{16} = 18.7\%$

$CV2 = \frac{S}{|\bar{x}_2|} = \frac{3}{96} = 3.1\%$

Άρα ο 2ος είναι το ίδιο καλός και στα 3 μαθήματα